

MANIPULASI MATEMATIKA SISWA SD DALAM MENYELESAIKAN SOAL PECAHAN

Eny Suryowati¹, Rifa Nurmila²

^{1,2} STKIP PGRI Jombang, Jl. Bupati R. Soedirman III/20 Jombang
¹enysuryowati@gmail.com, ²Nurmilah2504@gmail.com

Abstract

Fraction subject matter is one of the most complex materials for elementary school children. The operation of adding and subtracting fractions is one part of the fraction material studied in elementary schools. The concept of fractions will become more obvious if the right media are used. One of the media that can be used is clock-face fraction. This media can be used by students to manipulate mathematics in solving fraction problems. This study aims to describe how grade 4 elementary school students perform mathematical manipulation in solving fraction problems. Two grade 4 elementary school students will be given an explanation of the use of clock-face fraction, then students are given fraction questions to work on with the help of clock-face fraction. When students solves, they will observe how the student solves and after that interviews will be conducted. The result showed that subject 1 represented the fraction symbolically then used a clock-face fraction concrete object, while subject 2 represented the fraction using a concrete object first then turned it into a mathematical symbol. Subject 1 and 2 represented the addition and subtraction operations of the fraction using a clock-face fraction concrete object and then wrote the mathematical symbols of addition and subtraction of fraction. Subject 1 and 2 compare two fractions using a clock-face fraction concrete object then conclude the result in the form of a mathematical symbol.

Kata kunci : *mathematical manipulation, fraction, clock-face fraction*

Abstrak

Materi pecahan merupakan salah satu materi yang kompleks untuk anak Sekolah Dasar. Operasi penjumlahan dan pengurangan pecahan merupakan salah satu bagian dari materi pecahan yang dipelajari di Sekolah Dasar. Konsep pecahan akan menjadi lebih nyata jika menggunakan media yang tepat. Salah satu media yang bisa digunakan adalah clock-face fraction. Media ini dapat digunakan siswa untuk melakukan manipulasi matematika dalam menyelesaikan soal pecahan. Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan bagaimana siswa SD kelas 4 melakukan manipulasi matematika dalam menyelesaikan soal pecahan. Dua siswa SD kelas 4 akan diberi penjelasan tentang penggunaan clock-face fraction, kemudian siswa diberi soal pecahan untuk dikerjakan dengan bantuan clock-face fraction. Saat siswa mengerjakan akan diamati bagaimana proses siswa mengerjakan dan

setelah itu akan dilakukan wawancara. Hasil penelitian menunjukkan bahwa subjek 1 merepresentasikan pecahan secara simbol kemudian menggunakan benda konkrit *clock-face fraction*, sedangkan subjek 2 merepresentasikan pecahan menggunakan benda konkrit dahulu kemudian mengubahnya menjadi simbol matematika. Subjek 1 dan subjek 2 merepresentasikan operasi penjumlahan dan pengurangan pecahan menggunakan benda konkrit *clock-face fraction* kemudian menuliskan simbol matematika penjumlahan dan pengurangan pecahan. Subjek 1 dan subjek 2 membandingkan dua pecahan menggunakan benda konkrit *clock-face fraction* kemudian menyimpulkan hasilnya dalam bentuk simbol matematika.

Kata kunci : manipulasi matematika, pecahan, *Clock Face Fraction*

PENDAHULUAN

Materi pecahan merupakan salah satu materi matematika yang dipelajari siswa Sekolah Dasar. Pecahan sulit untuk dipahami [1]. Dalam mengajar dan belajar matematika, pecahan sudah lama dipandang sebagai salah satu konsep yang paling bermasalah di matematika sekolah dasar [2], [3]. Penelitian Rose juga menunjukkan miskonsepsi yang terjadi pada siswa sekolah dasar tentang pecahan (operasi pecahan) [4]. Jadi siswa harus mendapatkan pembelajaran yang bermakna tentang konsep pecahan agar dapat menyelesaikan soal pecahan. Penggunaan manipulasi matematika untuk membantu siswa memahami konsep matematika yang abstrak melalui benda konkret sangatlah diperlukan. Manipulasi matematika adalah benda nyata yang didesain untuk mewakili dengan jelas dan nyata ide matematika yang abstrak [5]. Manipulasi matematika pada penelitian ini proses menggunakan benda nyata/konkrit untuk menyelesaikan soal matematika. Pada proses tersebut siswa akan menghubungkan beberapa representasi.

Penggunaan manipulasi matematika dapat membantu siswa dalam menyelesaikan masalah matematika dan penggunaannya terintegrasi dengan pembelajaran yang dilakukan guru [6],[7], [8]. Penggunaan manipulasi matematika dapat meningkatkan pembelajaran matematika [9]. Penelitian ini akan mendeskripsikan bagaimana siswa SD kelas 4 menyelesaikan soal pecahan dengan *clock-face fraction*.

Penggunaan benda konkrit mempunyai dua tujuan yaitu dapat membuat guru dan siswa melakukan percakapan yang mendalam dan memberikan siswa kesempatan untuk melakukan/bertindak [10]. Benda manipulatif berdasarkan jenisnya terdiri dari benda konkrit dan benda virtual. Berdasarkan karakteristiknya terdiri dari manipulatif konstruktivis, alat peraga informatif dan permainan matematika [11]. *Clock-face fraction* merupakan benda manipulatif konkrit dan konstruktivis, karena bisa dipegang, dilihat dan siswa dapat dan dapat digunakan untuk memahami konsep pecahan, operasi penjumlahan dan pengurangan pecahan serta membandingkan dua pecahan.

Benda manipulatif matematika merupakan suatu objek yang dapat dipegang oleh individu dimana pemikiran matematis secara sadar dan tidak akan dikembangkan [12]. Benda manipulatif berdasarkan jenisnya terdiri dari benda

konkrit dan benda virtual. Berdasarkan karakteristiknya terdiri dari manipulatif konstruktivis, alat peraga informatif dan permainan matematika [11].

Manipulatif konstruktivis sering disebut hanya manipulatif merupakan benda konkrit yang mewakili ide matematika serta didesain sedemikian hingga siswa dapat memahami konsep matematika dengan memanipulasinya. Contoh benda konkrit yang termasuk manipulatif konstruktivis yaitu pipa logika.

Alat peraga informatif digunakan untuk memberi informasi kepada siswa tentang suatu konsep. Contohnya alat peraga informatif yaitu *magic angle*, ini memberi informasi kepada siswa jika menekan tombol on maka lampu di beberapa tempat akan menyala, lampu dibuat berwarna sesuai sudut yang akan dijelaskan ke siswa (sudut berpelurus, sudut dalam berseberangan). Disini siswa tidak mungkin untuk melakukan manipulasi dengan alat tersebut, jadi siswa hanya menerima informasinya saja tentang sudut dari alat tersebut.

Permainan matematika yang menyenangkan, siswa hanya bisa bermain dan mengikuti aturan tanpa melakukan manipulasi apapun. Permainan ini digunakan untuk latihan soal bagi siswa dan membuat pembelajaran yang menyenangkan. Seperti contoh *Roulette games* untuk materi persamaan kuadrat. Siswa memutar roulette dan mendapat topik sesuai yang ditunjuk anak panah jika roulette berhenti.

Penggunaan benda manipulatif konkrit dapat melatih siswa mempelajari berbagai bentuk representasi dan hubungannya antara representasi tersebut. Siswa akan terlibat dalam manipulasi pada empat komponen matematika yaitu benda konkrit, simbol, bahasa dan gambar. Proses manipulasi yang dilakukan siswa dan bagaimana siswa mengaitkan beberapa representasi perlu untuk diteliti dan dikembangkan dalam pembelajaran yang lebih luas.

Berdasarkan latar belakang masalah yang telah dikemukakan di atas, maka rumusan masalah dalam penelitian ini yaitu bagaimana siswa SD kelas 4 melakukan manipulasi matematika dalam menyelesaikan soal pecahan menggunakan *clock-face fraction* ?

METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan penelitian kualitatif yang mendeskripsikan manipulasi matematika yang dilakukan siswa kelas 4 SD dalam menyelesaikan soal pecahan menggunakan *clock-face fraction*. Penelitian kualitatif merupakan penelitian untuk memahami fenomena yang dialami oleh subjek penelitian misalnya perilaku, persepsi, motivasi, tindakan dan lain-lain secara holistik dan dengan deskripsi dalam bentuk kata-kata dan bahasa pada suatu konteks khusus yang alamiah dengan menggunakan berbagai metode ilmiah [13]. Subjek penelitian ini adalah dua siswa kelas 4 SD di Jombang. Peneliti memilih subjek menggunakan purposive sampling. Peneliti menentukan kriteria subjek yang digunakan adalah komunikatif dan kelas 4 SD (sudah mengenal pecahan).

Metode yang digunakan untuk mengumpulkan data pada penelitian ini yaitu melalui pemberian tugas matematika kepada siswa dan wawancara. Tugas matematika yang diberikan ke siswa berupa soal subjektif tentang pecahan. Siswa mengerjakan tugas matematika menggunakan manipulasi benda konkrit yaitu *clock-face fraction*, siswa diamati saat mengerjakan soal. Sebelum mengerjakan

tugas, siswa diperkenalkan dulu dengan *clock-face fraction*. Saat siswa mengerjakan akan diamati seperti apa siswa mengerjakan tugasnya. Kemudian dilakukan wawancara setelah siswa selesai mengerjakan tugas matematika. Wawancara ini dilakukan untuk menggali informasi tentang jawaban siswa.

Instrumen dalam penelitian ini adalah soal untuk tugas matematika. Soal yang digunakan berupa soal uraian tentang pecahan. Soal pertama tentang operasi penjumlahan dan pengurangan pecahan, soal kedua tentang membandingkan dua pecahan. Selain itu instrumen yang digunakan pada penelitian ini adalah pedoman wawancara. Pedoman wawancara yang digunakan adalah semiterstruktur, pertanyaan akan berkembang sesuai dengan jawaban subjek penelitian.

Teknik analisis data pada penelitian ini melalui proses reduksi data, penyajian data dan membuat kesimpulan [14]. Reduksi data adalah memilih hal-hal pokok, memfokuskan pada hal-hal yang penting, dicari tema dan polanya. Reduksi data merupakan proses berfikir sensitif yang mengeluarkan kecerdasan dan keleluasaan kedalaman wawasan yang tinggi. Penyajian data adalah sekumpulan informasi yang tersusun dan memungkinkan adanya penarikan kesimpulan dan pengambilan tindakan. Penyajian data ini dapat dilakukan dalam bentuk tabel, grafik, pie chart, pictogram dan sejenisnya. Langkah ketiga tahapan setelah data disajikan ialah pengambilan kesimpulan atau verifikasi. Diusahakan mencari pola, model, tema, hubungan, persamaan, hal-hal yang sering muncul, hipotesis dan sebagainya. Data tersebut diambil kesimpulan. Verifikasi dapat dilakukan dengan keputusan berdasarkan reduksi data dan penyajian data yang merupakan jawaban atas masalah yang diangkat dalam penelitian.

Pada penelitian menggunakan triangulasi metode atau teknik. Data tertulis dari pekerjaan siswa akan dibandingkan dengan data hasil wawancara.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Berikut tugas pertama yang diberikan kepada subjek :

Ibu membeli sebuah pizza dan memotongnya menjadi 12 bagian yang sama. Kakak mengambil 3 bagian dan adik mengambil 2 bagian.

- a. Berapa bagian pizza yang dimakan kakak dan adik ? (tuliskan dalam bentuk pecahan)
- b. Berapa bagian pizza yang tersisa ? (tuliskan dalam bentuk pecahan)

Berikut tugas kedua yang diberikan kepada subjek :

Bandingkan 2 pecahan berikut lalu beri tanda $>$ atau $<$ atau $=$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$

Manipulasi Matematika Subjek 1

Berikut hasil pekerjaan tertulis subjek 1 :

Penyelesaian: a. Kakak : $\frac{3}{12}$
Adik : $\frac{2}{12}$
yang dimakan kakak dan adik adalah $\frac{3}{12} + \frac{2}{12} = \frac{5}{12}$
b. $\frac{12}{12} - \frac{5}{12} = \frac{7}{12}$

Gambar 1. Hasil Pekerjaan Subjek 1 (tugas 1)

Bandingkan 2 pecahan berikut lalu beri tanda > atau < atau =

$$\frac{1}{3} > \frac{1}{4}$$

Gambar 2. Hasil Pekerjaan Subjek 1 (tugas 2)

Hasil pengamatan pada subjek 1 saat mengerjakan tugas/soal 1 dan 2:

Pada tugas 1 subjek menuliskan jawaban bagian pizza yang dimakan kakak dan adik dalam bentuk pecahan. Subjek menggunakan *clock-face fraction* menjumlahkan bagian pizza yang dimakan kakak dan adik. Kemudian subjek menuliskan penjumlahan pecahan yang menunjukkan banyaknya pizza yang dimakan kakak dan adik. Subjek kemudian melakukan pengurangan pecahan menggunakan *clock-face fraction* dan menulis pengurangan pecahan untuk mencari sisa pizza. Pada tugas 2 subjek merepresentasikan pecahan dua pecahan menggunakan *clock-face fraction* kemudian dibandingkan.

Berikut hasil wawancara dengan subjek 1:

P : coba ceritakan bagaimana cara kamu mengerjakan soal yang pertama ?

S1 : karena ibu memotong pizza menjadi 12 bagian, lalu kakak mengambil 3 bagian dari 12 itu. Jadi kalau ditulis dalam pecahan itu $3/12$. Adik 2 bagian berarti $2/12$. Sambil menggunakan *clock-face fraction* (seperti gambar 4.3)

P : jadi berapa banyak pizza yang dimakan kakak dan adik ?

S1 : $3/12 + 2/12$ jadi $5/12$

P : lalu bagaimana cara menentukan sisa pizza ?

S1 : [sambil menggunakan *clock-face fraction* (gambar 4.4) subjek meletakkan jarum pendek dan jarum panjang pada angka 12] pizza dimakan kakak 3 bagian (sambil memutar jarum pendek berlawanan arah jarum jam sebanyak 3 bagian/ diangka 9) lalu adik makan 2 bagian (sambil memutar jarum pendek berlawanan arah jarum jam sebanyak 2 bagian / diangka 7) jadi sisanya 7 bagian atau $7/12$

P : jelaskan caramu menjawab soal yang tadi membandingkan pecahan $1/3$ dan $1/4$, jawabanmu lebih besar $1/3$ coba dijelaskan !

S1 : ini $1/3$ (subjek meletakkan jarum pendek dan jarum panjang pada angka 12, kemudian memutar jarum pendek searah jarum jam sebanyak 4 bagian/ diangka 4 seperti gambar 4.5)

P : mengapa itu $1/3$?

S1 : karena 4 dikalikan 3 kan 12

P : maksudnya ?

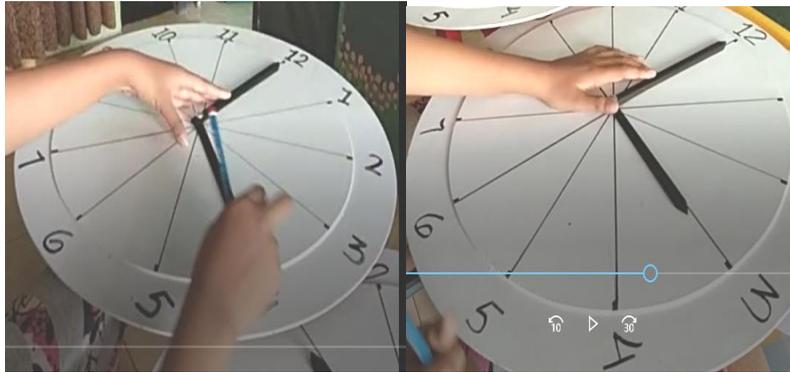
S1 : kan pizzanya ada 12 bagian, $1/3$ dari 12 kan 4 bagian ini $1/4$ (subjek meletakkan jarum pendek dan jarum panjang pada angka 12, kemudian memutar jarum pendek searah jarum jam sebanyak 4 bagian/ diangka 4 seperti gambar 4.5)

P : setelah itu, apa yang kamu lakukan?

S1 : membandingkan gambarnya $1/3$ dan $1/4$, jadi $1/3$ lebih banyak dari $1/4$



Gambar 3. Representasi $3/12$, $2/12$ dan $7/12$ dengan *clock-face fraction* (S1)



Gambar 4. Representasi pecahan $\frac{1}{3}$ dan $\frac{1}{4}$ menggunakan clock-face fraction (S1)

Berdasarkan pekerjaan siswa, pengamatan dan wawancara, subjek menentukan bagian pizza yang dimakan kakak dan adik dalam bentuk pecahan, kemudian menggunakan *clock-face fraction*. Jadi subjek merepresentasikan pecahan secara simbol dulu kemudian menggunakan benda nyata/konkrit. Untuk menentukan banyaknya pizza yang dimakan kakak dan adik, subjek melakukan operasi penjumlahan pecahan. Untuk menentukan sisa pizza yang dimakan, subjek melakukan operasi pengurangan. Subjek menggunakan *clock-face fraction* untuk menentukan hasil penjumlahan dan pengurangan pecahan. Kemudian subjek menuliskan operasi pecahan dalam simbol. Subjek membandingkan dua pecahan menggunakan *clock-face fraction* kemudian menuliskan hasilnya dalam simbol matematika.

Manipulasi matematika yang dilakukan subjek 1 membantu untuk menyelesaikan soal pecahan. Subjek menghubungkan beberapa komponen dalam melakukan manipulasi (hubungan representasi) seperti pada tabel berikut berikut :

Tabel 1. Representasi saat melakukan manipulasi matematika (S1)

No.	Tugas yang diberikan	Representasi saat manipulasi
1	Merepresentasikan pecahan	Simbol \longrightarrow benda konkrit
2	Melakukan operasi penjumlahan dan pengurangan pecahan	Benda konkrit \longrightarrow simbol
3	Membandingkan dua pecahan	Benda konkrit \longrightarrow simbol

Manipulasi Matematika Subjek 2

Berikut hasil pekerjaan tertulis subjek 2 :

Penyelesaian:

a $\frac{3}{12} + \frac{2}{12} = \frac{5}{12}$ *kakak adik*

b dihitung dari bagian pizza yang tersisa

$$\frac{12}{12} - \frac{5}{12} = \frac{7}{12}$$

Gambar 5. Hasil Pekerjaan Subjek 2 (tugas 1)

Bandingkan 2 pecahan berikut lalu beri tanda > atau < atau =

$$\frac{1}{3} > \frac{1}{4}$$

Gambar 6. Hasil Pekerjaan Subjek 2 (tugas 2)

Hasil pengamatan pada subjek 2 saat mengerjakan tugas/soal 1 dan 2:

Pada tugas 1 subjek menggunakan *clock-face fraction* untuk menunjukkan bagian pizza yang dimakan kakak dan yang dimakan adik. Kemudian menuliskan jawaban bagian pizza yang dimakan kakak dan adik dalam bentuk pecahan. Subjek menggunakan *clock-face fraction* menjumlahkan bagian pizza yang dimakan kakak dan adik. Kemudian subjek menuliskan penjumlahan pecahan yang menunjukkan banyaknya pizza yang dimakan kakak dan adik. Subjek kemudian melakukan pengurangan pecahan menggunakan *clock-face fraction* dan menulis pengurangan pecahan untuk mencari sisa pizza. Pada tugas 2 subjek merepresentasikan pecahan dua pecahan menggunakan *clock-face fraction* kemudian dibandingkan.

Berikut hasil wawancara dengan subjek 2:

P : Coba jelaskan cara mengerjakan yang a tadi !

S2 : ibu memotong pizza menjadi 12 bagian, dimakan kakak 3 bagian, 12 dikurangi 3 (sambil memutar jarum pendek searah jarum jam ke angka 3, jarum panjang pada angka 12 seperti pada gambar 4.6) diambil lagi 2 bagian (sambil memutar jarum pendek searah jarum jam sebanyak 2 bagian dari

- angka 3 tadi menjadi angka 5 seperti pada gambar 4.8) jawabannya $\frac{5}{12}$ yang dimakan kakak dan adik
- P : yang b jelaskan caramu memperoleh jawaban itu !
- S2 : pizza diambil/dimakan kakak dan adik 5 bagian ($\frac{5}{12}$) jadi tinggal 7 bagian atau $\frac{7}{12}$ (sambil memutar jarum pendek searah jarum jam dari angka 12 ke angka 3 dan memutar lagi ke angka 5 seperti pada gambar 4.9)
- P : yang mana menunjukkan $\frac{7}{12}$ itu ?
- S2 : yang ini (sambil menunjuk bagian dari angka 12 berlawanan arah jarum jam 7 bagian / sampai diangka 5 seperti gambar 4.9)
- P : coba jelaskan jawabanmu, kamu menuliskan $\frac{1}{3}$ lebih besar dari $\frac{1}{4}$!
- S2 : $\frac{1}{3}$ (sambil memutar jarum pendek searah jarum jam ke angka 4, jarum panjang ada di angka 12, seperti pada gambar 4.10)
- P : mengapa itu kok $\frac{1}{3}$ disitu ?
- S2 : karena 12 dibagi tiga itu 4, jadi $\frac{1}{3}$ itu 4 bagian
- P : lalu..yang $\frac{1}{4}$?
- S2 : $\frac{1}{4}$...12 dibagi 4 hasilnya 3, jadi ini $\frac{1}{4}$ (sambil memutar jarum pendek searah jarum jam ke angka 3, jarum panjang ada di angka 12, seperti pada gambar 4.10)
- P : setelah kamu menentukan $\frac{1}{3}$ dan $\frac{1}{4}$ menggunakan *clock-face fraction*, apa yang kamu lakukan ?
- S2 : membandingkan $\frac{1}{3}$ dan $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$ lebih besar dari $\frac{1}{4}$.



Gambar 7. Representasi $\frac{3}{12}$, $\frac{5}{12}$ dan $\frac{7}{12}$ menggunakan *clock-face fraction* (S2)



Gambar 8. Representasi $\frac{1}{3}$ dan $\frac{1}{4}$ menggunakan *clock-face fraction* (S2)

Berdasarkan pekerjaan siswa, pengamatan dan wawancara, subjek menentukan bagian pizza yang dimakan kakak dan adik menggunakan *clock-face fraction*, kemudian menuliskan simbol pecahannya. Jadi subjek merepresentasikan pecahan menggunakan *clock-face fraction* dulu kemudian ditulis menggunakan simbol pecahan. Untuk menentukan banyaknya pizza yang dimakan kakak dan adik, subjek melakukan operasi penjumlahan pecahan. Untuk menentukan sisa pizza yang dimakan, subjek melakukan operasi pengurangan. Subjek menggunakan *clock-face fraction* untuk menentukan hasil penjumlahan dan pengurangan pecahan. Kemudian subjek menuliskan operasi pecahan dengan simbol matematika untuk penjumlahan dan pengurangan pecahan. Subjek membandingkan dua pecahan menggunakan *clock-face fraction* kemudian menuliskan hasilnya dengan simbol.

Manipulasi matematika yang dilakukan subjek 2 membantu untuk menyelesaikan soal pecahan. Subjek menghubungkan beberapa komponen dalam melakukan manipulasi (hubungan representasi) seperti pada tabel berikut berikut :

Tabel 2. Representasi saat melakukan manipulasi matematika (S2)

No.	Tugas yang diberikan	Representasi saat manipulasi
1	Merepresentasikan pecahan	benda konkrit \longrightarrow simbol
2	Melakukan operasi penjumlahan dan pengurangan pecahan	Benda konkrit \longrightarrow simbol
3	Membandingkan dua pecahan	Benda konkrit \longrightarrow simbol

SIMPULAN DAN SARAN

SIMPULAN

Berdasarkan hasil analisis data diperoleh kesimpulan sebagai berikut :

1. Subjek 1 merepresentasikan pecahan secara simbol kemudian menggunakan benda konkrit *clock-face fraction*, sedangkan subjek 2 merepresentasikan pecahan menggunakan benda konkrit dahulu kemudian mengubahnya menjadi simbol matematika.
2. Subjek 1 dan subjek 2 merepresentasikan operasi penjumlahan dan pengurangan pecahan menggunakan benda konkrit *clock-face fraction* kemudian menuliskan simbol matematika penjumlahan dan pengurangan pecahan.
3. Subjek 1 dan subjek 2 membandingkan dua pecahan menggunakan benda konkrit *clock-face fraction* kemudian menyimpulkan hasilnya dalam bentuk simbol matematika.

SARAN

Clock-face fraction diterapkan secara berkelompok agar siswa lebih mudah memahami dan menggunakannya, bisa dikembangkan untuk penelitian yang lebih kompleks.

UCAPAN TERIMA KASIH (JIKA ADA)

Penulis mengucapkan terima kasih kepada STKIP PGRI Jombang yang telah memberi dukungan moral dan dana terhadap penelitian ini .

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Carvalho, Renata. 2013. Students' Mental Computation Strategies With Fraction. *Proceedings of The Eighth Congress of The European Society For Research in Mathematics Eduaction*, (Online), (<http://ermeweb.free.fr/>), diakses 17 Januari 2015.
- [2] Charalambous, Charalambos Y dan Pitta-Pantazi, Demetra. 2007. Drawing on a Theoretical Model To Study Students' Understandings of Fractions. *Educational Studies in Mathematics*,(Online),64:293-316. (<http://math.arizona.edu/~cemela/english/content/shortcourses/assessment/Day%20%20Reading%201.pdf>), diakses 16 Pebruari 2015.
- [3] Kyriakides, Andreas O. 2011. Questioning Assumptions That Limit The Learning of Fractions: The Story of Two Fifth Graders. *Proceedings of The Seventh Congress of The European Society For Research in Mathematics Eduaction*, (Online), (<http://ermeweb.free.fr/>), diakses 17 Januari 2015.
- [4] Rose, Mdaka Basani. 2011. *Learners' Errors and Misconceptions Associated With Common Fraction*. A mini Dissertation. University of Johannesburg, (Online), (<https://ujdigispace.uj.ac.za/bitstream/handle/10210/8049/Mdaka.pdf?sequence=1>), diakses 16 Pebruari 2015.
- [5] Moyer, P. S. (2001). Are we having fun yet? How teachers use manipulatives to teach mathematics. *Educational Studies in mathematics*, 47(2), 175-197.
- [6] Kelly, Catherine A. (2006) "Using Manipulatives in Mathematical Problem Solving: A Performance-Based Analysis." *The Mathematics Enthusiast*, 3(2).
- [7] Empson, S. B. (2002). Organizing Diversity in Early Fraction Thinking. In B. Litwiller, & G. Bright (Eds.), *Making Sense of Fractions, Ratios and Proportions: 2002 Yearbook* (pp. 29-40). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- [8] Rosli, Roslinda., Goldsby, Dianne dan Capraro, Mary Margaret. (2015). Using Manipulatives in Solving and Posing Mathematical Problems. *Creative Education*, 6, 1718-1725. <http://dx.doi.org/10.4236/ce.2015.616173>.
- [9] Marshall, L., & Swan, P. (2008). Exploring the Use of Mathematics Manipulative Materials: Is It What We Think It Is?. Retrieved from <https://ro.ecu.edu.au/ceducom/33>.
- [10] Thompson, P. W. (1994). Concrete materials and teaching for mathematical understanding. *Arithmetic Teacher* ,41(9) 556-558.
- [11] Istiandaru, A., Istihapsari, V., Prahmana, R C I., Setyawan, F dan Hendroanto, A. (2017). Characteristics of Manipulative in Mathematics Laboratory. *Journal of Physics: Conference Series*. doi :10.1088/1742-6596/943/1/012023.

- [12] Swan, P. dan Marshall, L., (2010). Revisiting mathematics manipulative materials.
Australian Primary Mathematics Classroom, 15(2), 13-19.
- [13] Moleong, L.J. (2011). *Metodologi Penelitian Kualitatif*. Bandung : Remaja Rosdakarya.
- [14] Sugiono. (2014). *Memahami Penelitian Kkualitatif*. Bandung Indonesia: ALFABETA.